

## Typologie des problèmes additifs (classification de Gérard Vergnaud)

### Catégorie 1 : Transformation d'un état

Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.

$$E_i \xrightarrow{T_{\pm}} E_f$$

Ces problèmes peuvent être schématisés de la manière suivante :

On peut à partir de cette structure, identifier six types d'énoncés différents (la lettre en majuscule représente l'information à chercher).

	Recherche de l'état final (E <sub>f</sub> )	Recherche de la transformation (T)	Recherche de l'état initial (E <sub>i</sub> )
<b>Transformation positive</b>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">t+</div> $e_i \rightarrow E_f$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">τ+</div> $e_i \rightarrow e_f$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">t+</div> $E_i \rightarrow e_f$
<b>Transformation négative</b>	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">t-</div> $e_i \rightarrow E_f$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">τ-</div> $e_i \rightarrow e_f$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">t-</div> $E_i \rightarrow e_f$

Exemples :

Enoncé 1 : recherche d'un état final, connaissant la transformation positive et l'état initial

*Dans la boîte de Farid, il y a 627 pièces.  
Farid en remet 64.  
**Combien y en a-t-il maintenant ?***

Enoncé 2 : recherche de la valeur d'une transformation positive connaissant l'état initial et l'état final.

*Avant l'arrêt du train, il y avait 292 passagers.  
Après l'arrêt, il y en a 329.  
**Que s'est-il passé ?***

Enoncé 3 : recherche de l'état final, connaissant la valeur de la transformation négative et l'état initial.

*Dans le TGV Lille-Paris, il y a 132 passagers.  
74 passagers descendent à Arras.  
**Combien y a-t-il de passagers qui continuent le voyage ?***

### Catégorie 2 : Composition d'états (recherche du composé ou recherche d'une partie)

On considère ici les situations qui portent sur trois entités, les deux premières se composant pour former la troisième.

$$\left. \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \end{matrix} \right\} E_1 \circ E_2$$

Ces problèmes peuvent être schématisés de la manière suivante :

Deux états E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub> sont composés pour en former un troisième E<sub>1</sub> o E<sub>2</sub>.

- Si l'on cherche le cardinal du tout, c'est-à-dire la réunion de deux ou plusieurs états, il faut faire *une addition*.
- Au contraire, si l'on cherche le cardinal d'une partie, la valeur du complément, on peut faire *une soustraction* ou *une addition à trous*.

Exemples :

Énoncé 4 : recherche du cardinal d'une partie ou à la valeur du complément.

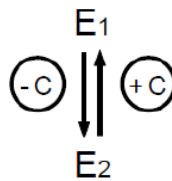
*Victor est en train de réaliser un puzzle de 845 pièces.  
129 pièces sont déjà placées.  
**Combien de pièces sont encore en vrac ?***

Énoncé 5 : recherche du composé de la réunion de plusieurs états.

*Un boulanger a préparé des croissants.  
A midi, il en a vendu 153. L'après-midi, il en vend 72.  
Le soir, il lui en reste 10.  
**Combien en avait-il préparé le matin ?***

### Catégorie 3 : Comparaison d'états

Dans ce type d'énoncés, on est amené à quantifier l'écart entre deux états  $E_1$  et  $E_2$ .



On les schématisera de la façon suivante :

Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les formulations « de plus (que) » / « de moins (que) »

On peut à partir de cette structure, identifier six types d'énoncés différents (la lettre en majuscule représente l'information à chercher).

Le contexte des énoncés peut-être celui des quantités, des grandeurs, ou de nature ordinale.

	Recherche de $E_2$		Recherche de C		Recherche de $E_1$	
<b>Comparaison positive</b>	$e_1$	$c+$	$e_1$	$C+$	$E_1$	$c+$
	$E_2$		$e_2$		$e_2$	
<b>Comparaison négative</b>	$e_1$	$c-$	$e_1$	$C-$	$E_1$	$c-$
	$E_2$		$e_2$		$e_2$	

Exemples :

Énoncé 6 : recherche d'une comparaison positive connaissant les deux états.

A Marseille, il y a 807 071 habitants, et à Bordeaux, il y en a 218 948.

**Combien d'habitants y a-t-il de plus à Marseille ?**

Énoncé 7 : recherche de l'état 2 connaissant l'état 1 et la comparaison positive.

En France, on a vendu 195 000 automobiles au mois d'avril et 5 000 de plus au mois de mai.

**Quel a été au mois de mai, le nombre d'automobiles vendues en France ?**

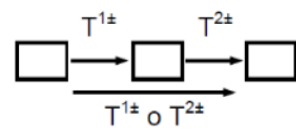
Énoncé 8 : recherche de l'état 2 connaissant l'état 1 et la comparaison négative.

Hugo a 25 ans, il a 6 ans de moins que Théo.

**Quel est l'âge de Théo ?**

#### Catégorie 4 : Composition de transformations

Dans cette dernière catégorie de problèmes additifs et soustractifs, on ne connaît ni la valeur des états initiaux et finaux, ni celle des états intermédiaires.



On peut schématiser ce type de problèmes de la manière suivante :

Exemples : Ces énoncés correspondent à la recherche de la transformation résultante.

Arthur, qui avait inventé un jeu, joue une première partie. Il perd 5 billes. Il joue ensuite une deuxième partie. Il gagne 12 billes.

**Après ces deux parties, Arthur a-t-il plus ou moins de billes qu'avant ces deux parties ? Combien de plus ou combien de moins ?**

Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent.

**Après ces deux arrêts, y-a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?**

Au jeu de l'oie, je joue deux coups : au deuxième, j'avance de 9. Au total, j'ai reculé de 4.

**Que s'est-il passé au premier coup ?**